L3 Mathématiques – Site Nancy, S5 – 2025-2026

Algèbre 2 – Feuille 1

Groupes

Exercice 1. Montrer que $\mathbb{R}^2$ muni de la loi

$$(a,b) \star (a',b') = (a+a', be^{a'} + b'e^{-a})$$

est un groupe non abélien.

Exercice 2. Sur $G =]-1,1[$ on définit la loi

$$a \star b = \frac{a+b}{1+ab}, \quad \forall x,y \in G.$$

Montrer que $(G,\star)$ est un groupe abélien.

Exercice 3. Soit G l'ensemble des transformations affines de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$

$$g_{a,b} : x \mapsto ax+b, \quad \text{avec } a,b \in \mathbb{R},\ a \neq 0.$$

Montrer que G, muni de la composition des applications, est un groupe non abélien.

Exercice 4. Montrer que si $(G,\star)$ est un groupe et E un ensemble non vide, alors l'ensemble G^E des applications de E dans G muni de la loi $\cdot$ définie par

$$\forall f,g \in G^E, \forall x \in E, \quad (f\cdot g)(x) = f(x) \star g(x)$$

est un groupe et que ce groupe est abélien si G l'est.

Exercice 5 (Associativité pour n éléments). Montrer le résultat suivant énoncé dans le cours : le produit dans G de n éléments, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ pris dans cet ordre ($n \geq 2$ dans $\mathbb{N}$) est défini par $x_1x_2\cdots x_n := x_1(x_2\cdots x_n)$. Il vérifie, pour m et n des entiers et $x_1,\ldots,x_m,y_1,\ldots,y_n$ des éléments de G, $(x_1\cdots x_m)(y_1\cdots y_n) = x_1\cdots x_m y_1 \cdots y_m$. Le produit de n éléments ne dépend donc pas de la manière dont on place les parenthèses.

Exercice 6 (Puissances d'un élément). Si $x \in G$ et $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 1$, alors la puissance n-ième de x est

$$x^n = xx\cdots x, \text{ produit de } x,\ n \text{ fois} \tag{1}$$

On définit aussi $x^0 := e$ et les puissances négatives de x par

$$\forall n \in \mathbb{N}, x^{-n} = (x^n)^{-1}.$$

1. Montrer que $x^nx^m = x^{n+m} = x^mx^n$ pour tous les entiers $m,n \in \mathbb{Z}$.
2. Montrer que $(x^m)^n = x^{mn} = (x^n)^m$ pour tous les entiers $m,n \in \mathbb{Z}$.
3. Montrer que si x et y commutent, alors $(xy)^n = x^ny^n$ pour tout entier $n \in \mathbb{Z}$.

Exercice 7 (groupes à 2 éléments). Soit G un groupe contenant deux éléments, qu'on note e,x, avec e l'élément neutre.

1. Montrer que $x*x$ ne peut pas être égal à x.
2. Ecrire la table de multiplication de G, et remarquer qu'il n'y a qu'un groupe d'ordre 2.

Exercice 8 (groupes à 3 éléments). Soit G un groupe contenant trois éléments, qu'on note e,x,y, avec e l'élément neutre.

1. Montrer que $x*y$ ne peut pas être égal à x ni à y. En déduire que $x*y=e$, et de même que $y*x=e$.
2. Montrer que $x*x$ ne peut pas être égal à x ni à e. En déduire que $x*x=y$, et de même que $y*y=x$.
3. Ecrire la table de multiplication de G.

Exercice 9 (groupes à 4 éléments). Soit G un groupe contenant quatre éléments. On note e l'élément neutre.

1. On suppose d'abord qu'il existe $x \in G$ tel que $x*x \neq e$. Soit x un tel élément. Montrer que e,x et $x*x$ sont distincts.
2. Soit $y \notin \{e,x,x*x\}$, de sorte que $G = \{e,x,x*x,y\}$. Montrer que $x*y$ ne peut être $x,y,x*x$, et que donc $x*y=e$.
3. Montrer que $x*(x*x)$ ne peut être $x, x*x, e$, et que donc $x*(x*x)=y$.
4. Ecrire la table de multiplication de G dans ce cas.
5. On suppose maintenant que $\forall x \in G, x*x=e$. Soit $x \neq e$, et soit $y \notin \{e,x\}$. Montrer que $G = \{e,x,y,x*y\}$.
6. Montrer que $y*x = x*y$.
7. Ecrire la table de multiplication de G dans ce cas.

Exercice 10 (groupe diédral). Soit $P = (A_1,\ldots,A_n)$ un polygône régulier à n côtés du plan euclidien $\mathbb{R}^2$. Les *côtés orientés* de P sont par définition les couples (A_i,A_{i+1}) (pour i modulo n) et (A_{i+1},A_i). Soit G le groupe des isométries de P.

1. Montrer qu'une isométrie préserve les angles non orientés.
2. Soit (M,N) un côté orienté de P et soit σ une isométrie de P. Montrer que $(\sigma(M),\sigma(N))$ est un côté orienté de P.
3. Montrer que s'il existe un côté orienté (M,N) tel que $\sigma(M)=M$ et $\sigma(N)=N$, alors σ est l'identité.

4. Montrer qu'étant donnés deux côtés orientés $(M_1, N_1), (M_2, N_2)$ de P, il existe un unique $\sigma \in G$ tel que $\sigma(M_1) = M_2$ et $\sigma(N_1) = N_2$.
5. Montrer que $|G| = 2n$.
6. Soit r la rotation d'angle $2\pi/n$ et soit s la symétrie axiale échangeant A_i et A_{1-i}. Montrer que $G = \{Id, r, \ldots, r^{n-1}, s, rs, \ldots, r^{n-1}s\}$. Les éléments $Id, r, \ldots, r^{n-1}$, resp. $s, rs, \ldots, r^{n-1}s$ sont les *rotations*, resp. les *symétries axiales* de G.
7. Montrer que r et s vérifient la relation $rs = sr^{-1}$, et que cette relation détermine la table de multiplication de G.
8. Montrer que toute symétrie s' vérifie $(s')^2 = Id$.
9. Montrer que pour toute rotation r' et toute symétrie s', on a aussi $r's' = s'(r')^{-1}$.

Exercice 11. Chercher des exemples d'entiers n et m tels que $n\mathbb{Z} \cup m\mathbb{Z}$ soit un sous-groupe de $\mathbb{Z}$. Qu'observez vous concernant ces entiers ? Soit H et K deux sous-groupes d'un groupe G. A quelle condition $H \cup K$ est-il un sous-groupe de G ?

Exercice 12. Soit $(G, \star)$ un groupe d'élément neutre e et soit $a \in G$. On notera $a^{-\star}$ le symétrique de a par rapport à la loi $\star$.

On définit une loi de composition interne T sur G par

$$xTy = x \star a \star y.$$

(a) Montrer que (G, T) est un groupe
(b) Soit H un sous-groupe de $(G, \star)$ et soit

$$K = a^{-\star} \star H = \{a^{-\star} \star x \mid x \in H\}.$$

Montrer que K est un sous-groupe de (G, T).
(c) Montrer que $f : x \mapsto x \star a^{-\star}$ est un isomorphisme de $(G, \star)$ sur (G, T).

Exercice 13. Montrer que $H = \{a + b\sqrt{2}, \quad a, b \in \mathbb{Z}\}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{R}, +)$.

Exercice 14. Montrer que $H = \{a + b\sqrt{3},\ a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{Z}, a^2 - 3b^2 = 1\}$ est un sous-groupe de $(\mathbb{R}_+^*, \times)$.

Exercice 15. Montrer que

$$H = \{\begin{pmatrix} 2^k & \frac{n}{2^m} \\ 0 & 2^{-k} \end{pmatrix} | k, n, m \in \mathbb{Z}\}$$

est un sous-groupe de $\mathrm{GL}(2, \mathbb{R})$.

Exercice 16. Montrer que

$$H = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ;\ a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$$

est un sous-groupe de $\mathrm{GL}(3, \mathbb{R})$.

Exercice 17. Soit G un groupe multiplicatif.
(a) Montrer que pour tout élément $a \in G$, le centralisateur de a,

$$Z_a = \{b \in G, \ \ ab = ba\}$$

est un sous-groupe de G.
(b) Montrer que le centre de G,

$$Z(G) = \{a \in G, \ \ \forall b \in G,\ ab = ba\}$$

est un sous-groupe de G.
(c) Déterminer les centres des groupes $GL(n, \mathbb{R})$ et $SL(n, \mathbb{R})$.

Exercice 18. Soit $G = \mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ et $a = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Déterminer l'ordre de a.

Exercice 19. Soit G un groupe. Montrer que pour tout $a, b \in G$ on a :
(a) a et a^{-1} ont le même ordre ;
(b) a et bab^{-1} ont le même ordre ;
(c) ab et ba ont le même ordre.

Exercice 20. Soit G un groupe et $H \subset G$ un sous-ensemble stable par produits et fini. Montrer que H est un sous-groupe de G.

Exercice 21. Soit G un groupe abélien et a et b deux éléments d'ordre finis.
(a) Montrer que ab est d'ordre fini et que l'ordre de ab divise le ppcm des ordres de a et b.
(b) Montrer que si les ordres de a et b sont premiers entre eux, l'ordre de ab est égal au ppcm des ordres de a et b.

Exercice 22. (a) Montrer que $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$ est un groupe multiplicatif.
(b) On considère les deux éléments $a = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $b = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ du groupe $\mathrm{SL}(2, \mathbb{Z})$.
Montrer que a et b sont d'ordres finis mais que ab est d'ordre infini.

Exercice 23. (groupe quotient) Montrer directement que les conditions énoncées dans la Proposition 8.6 du polycopié sont vérifiées pour les sous-groupes $n\mathbb{Z}$ du groupe $(\mathbb{Z}, +)$. Déterminer explicitement la loi obtenue sur le groupe $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

Exercice 24. Montrer que $\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})$ est un sous-groupe distingué de $\mathrm{GL}(n,\mathbb{R})$ et que $\mathrm{GL}(n,\mathbb{R})/\mathrm{SL}(n,\mathbb{R})$ est isomorphe $\mathbb{R}^*$.

Exercice 25. Soit H un sous-groupe d'indice 2 dans un groupe G. Montrer que H est distingué dans G.

Exercice 26. Soient G un groupe et H, K deux sous-groupes de G. Montrer qu'on a équivalence entre :
(a) HK est un sous-groupe de G,
(b) KH est un sous groupe de G,
(c) $HK \subset KH$,
(d) $KH \subset HK$.

Exercice 27. Soient G un groupe et H, K deux sous-groupes distingués de G. On suppose que $HK = G$ et $H \cap K = \{e\}$. Montrer que $G \simeq H \times K$.

Exercice 28. Soient G un groupe, H et K deux sous-groupes distingués de G tels que $K \subset H$. Montrer
(a) H/K est un sous-groupe distingué de G/K.
(b) Les deux groupes quotient $(G/K)/(H/K)$ et G/H sont isomorphes.

Exercices complémentaires.

Exercice 29. On dit qu'un élément g d'un groupe G est indéfiniment divisible si pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, il existe un élément h de G tel que $h^n = g$.

1. Quels sont les éléments indéfiniment divisibles de $(\mathbb{Q}, +)$? Quels sont les éléments indéfiniment divisibles de $(\mathbb{Q}^{*+}, \times)$?
2. Soit $\varphi : (\mathbb{Q}, +) \to (\mathbb{Q}^{*+}, \times)$ un homomorphisme de groupes. Pour tout entier $n > 0$ calculer $\varphi(n)$, puis $\varphi(1/n)$, en fonction de $\varphi(1)$.
3. Montrer que φ est constant.
4. En déduire que $\varphi : (Q, +)$ et $(\mathbb{Q}^{*+}, \times)$ ne sont pas isomorphes.

Exercice 30 (groupes quotients). Démontrer les propriétés suivantes :

1. $(\mathbb{C}/\mathbb{R}, +) \simeq (\mathbb{R}, +)$;
2. $\mathbb{C}^*/\mathbb{R}_+^* \simeq \mathbb{S}^1$;
3. $\mathbb{C}^*/\mathbb{S}^1 \simeq \mathbb{R}_+^* \simeq \mathbb{R}^*/\{\pm 1\}$;
4. $\mathbb{R}^*/\mathbb{R}_+^* \simeq \{\pm 1\}$;
5. $(\mathbb{C}/\mathbb{Z}, +) \simeq \mathbb{C}^*$;
6. $\mathbb{C}^*/\mathbb{R}^* \simeq \mathbb{S}^1/\{\pm 1\}$.

Exercice 31 (groupe diédral infini). Soit D_∞ le groupe des isométries de la droite affine $\mathbb{R}$ formé par l'ensemble des éléments de la forme τ_1^n et $\tau_1^n \circ \sigma$, où $n \in \mathbb{Z}$, $\tau_1(x) = x + 1$ et $\sigma(x) = -x$. On appelle D_∞ *le groupe diédral infini.*

1. Montrer que $H = \langle \tau_1 \rangle$ est le seul sous-groupe cyclique infini d'indice 2 de D_∞. Montrer que H est un sous-groupe distingué de D_∞.
2. Montrer que, pour tout sous-groupe S d'ordre 2 de D_∞, on a $D_\infty = SH$.
3. Soit $K < D_\infty$ tel que $K \not\subset H$. Montrer que $D_\infty = HK$. En déduire que $K \cap H$ est d'indice 2 dans K. Montrer que $K \cap H \neq (e)$ implique $K \simeq D_\infty$.
4. Montrer que tout sous-groupe propre de D_∞ est isomorphe soit à $\mathbb{Z}$, soit à (± 1), soit à D_∞.
5. On note $\mathcal{S}_n$ l'ensemble des sous-groupes $K < D_\infty$ tels que $K \not\subset H$ et $K \cap H = H_n$, où $H_n := \langle \tau_1^n \rangle$. Prouver que $\mathcal{S}_n$ contient n éléments.

Exercice 32. Soit $E = [0, 1]$. On définit une loi $\star$ sur E par

$$\forall x, y \in E, x \star y = x + y - xy.$$

a) Montrer que $\star$ est une loi de composition interne commutative et associative.
b) Montrer que $\star$ possède un neutre.
c) Quels sont les éléments inversibles (symétrisables) ? réguliers ?

Exercice 33. Soient E et F deux ensembles et $\varphi : E \to F$ une application bijective.
On suppose E muni d'une loi de composition interne $\star$ et on définit une loi $\top$ sur F par :

$$\forall x, y \in F, \quad x \top y = \varphi(\varphi^{-1}(x) \star \varphi^{-1}(y)).$$

a) Montrer que si $\star$ est commutative (resp. associative) alors $\top$ l'est aussi.
b) Montrer que si $\star$ possède un neutre e alors $\top$ possède aussi un neutre.

Exercice 34. On munit $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ de l'addition définie quels que soient (a, a') et (b, b') de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ par $(a, a') + (b, b') = (a + b, a' + b')$. Montrer que $(\mathbb{R} \times \mathbb{R}, +)$ est un groupe commutatif. Montrer que $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ est un sous-groupe de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Exercice 35. Soit $G = \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$ et $\star$ la loi de composition interne définie sur G par

$$(x, y) \star (x', y') = (xx', xy' + y)$$

a) Montrer que $(G, \star)$ est un groupe non commutatif.
b) Montrer que $\mathbb{R}^{+*} \times \mathbb{R}$ est un sous-groupe de $(G, \star)$.

Exercice 36. Donner l'exemple de sous-groupes d'un groupe dont la réunion n'est pas un sous-groupe.
Montrer que la réunion de deux sous-groupes H et K d'un groupe G est un sous-groupe de G si et seulement si $H \subseteq K$ ou $K \subseteq H$.

Exercice 37. Soient $(G, \star)$ un groupe, $a \in G$ et a^{-1} son inverse.
On définit une loi de composition interne $\top$ sur G par $x \top y = x \star a \star y$.
a) Montrer que $(G, \top)$ est un groupe.

b) Soit H un sous groupe de $(G,\star)$ et $K=\left\{a^{-1}\star x,\ \ x\in H\right\}$.
Montrer que K est un sous groupe de $(G,\top)$.

c) Montrer que $f: x\mapsto x\star a^{-1}$ est un isomorphisme de $(G,\star)$ vers $(G,\top)$.

Exercice 38. Soit G un ensemble muni d'une loi de composition interne $\star$ telle que :
(i) $\star$ est associative, (ii) il existe un élément neutre à droite $e : \forall x\in G, x\star e=x$, et (iii) tout élément admet un inverse à droite : $\forall x\in G, \exists x^{-1}\in G, x\star x^{-1}=e$.

a) Soit $x\in G$ et soit $z=x^{-1}\star x$. Montrer que $z\star z=z$, et que $x^{-1}\star x=e$.

b) Déduire que $(G,\star)$ est un groupe.

Exercice 39. Soit G un groupe noté multiplicativement.
Pour $a\in G$, on note τ_a l'application de G vers G définie par $\tau_a(x)=axa^{-1}$.

a) Montrer que τ_a est un endomorphisme du groupe $(G,\times)$.

b) Vérifier que

$$\forall a,b\in G, \tau_a\circ\tau_b=\tau_{ab}$$

c) Montrer que τ_a est bijective et déterminer son application réciproque.

d) En déduire que $\mathcal{T}=\{\tau_a \mid a\in G\}$ muni du produit de composition est un groupe.

Exercice 40. Soit $M(n,\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices $n\times n$ à coefficients réels. Montrer que les ensembles suivants sont des groupes :

1. $GL_n(\mathbb{R})=\{A\in M(n,\mathbb{R})|\det(A)\neq 0\}$.
2. $SL_n(\mathbb{R})=\{A\in GL_n(\mathbb{R})|\det(A)=1\}$.
3. $O_n(\mathbb{R})=\{A\in GL_n(\mathbb{R})|AA^t=I_n\}$.
4. $SO_n(\mathbb{R})=\{A\in SL_n(\mathbb{R})|AA^t=I_n\}$.

Exercice 41. Pour tout groupe G, on appelle contre de G, not $Z(G)$, l'ensemble des lments de G qui commutent avec tous les lments de G.

1. Montrer que $Z(G)$ est un sous-groupe ablien de G.
2. Dterminer $Z(GL_n(\mathbb{R}))$ et $Z(SL_n(\mathbb{R}))$.
3. Dterminer $Z(O_n(\mathbb{R}))$ et $Z(SO_n(\mathbb{R}))$.

Exercice 42. On désigne respectivement par $\mathcal{A}$ et $\mathcal{L}$ l'ensemble des applications affines et l'ensemble des applications linéaires de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que $(\mathcal{A},\circ)$ et $(\mathcal{L},\circ)$ sont des monoïdes. Sont-ils unitaires ? Sont-ils commutatifs ?
2. Soit $\mathcal{A}'$ l'ensemble des applications affines de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ bijectives, c'est-à-dire des fonctions $x\longmapsto ax+b$ où $a\neq 0$.
   Démontrer que $(\mathcal{A}',\circ)$ est un groupe. Ce groupe est-il abélien ?

(Un monoïde est un ensemble muni d'une loi de composition interne associative).

Exercice 43. On considère les bijections suivantes de $\mathbb{R}^*$ vers lui même : $f_0(x)=x$, $f_1(x)=-x$, $f_2(x)=\frac{1}{x}$ et $f_3(x)=-\frac{1}{x}$.

1. Calculer toutes les composées deux à deux de ces bijections, en déduire que la table de $G=\{f_0,f_1,f_2,f_3\}$, muni de la composition des applications est la table suivante

$\Rsh$	f_0	f_1	f_2	f_3
f_0	f_0	f_1	f_2	f_3
f_1	f_1	f_0	f_3	f_2
f_2	f_2	f_3	f_0	f_1
f_3	f_3	f_2	f_1	f_0

2. Vérifier que $(G,\circ)$ est un groupe commutatif.
3. Montrer que $(G,\circ)$ est isomorphe à $\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. Ce groupe s'appelle **groupe de Klein**.

Exercice 44. Soit G un groupe commutatif noté additivement et H un sous-ensemble non vide de G stable par l'addition, c'est à dire,. qui vérifie $\forall x\in H$, $\forall y\in H$, $\quad x+y\in H$.

1. Montrer que l'ensemble $H^*=\{x-y|x\in H, y\in H\}$, est un sous-groupe de G.
2. Montrer que, si G est fini, H est un sous-groupe de G.

Propriétés universelles.

Exercice 45 (Concept général de solution d'un problème universel). Lire et comprendre la page Wikipedia sur les problèmes universels en général
https ://fr.wikipedia.org/wiki/Propri%C3%A9t%C3%A9_universelle
Reconnaitre en particulier que le paragraphe sur les structures quotients dit la même chose que le cours.

Exercice 46 (Sous-groupe *distingué* engendré par une partie, groupe quotient universel). Soit G un groupe et $X\subset G$ un sous-ensemble. Soit K l'intersection de tous les sous-groupes distingués de G contenant X.

1. Montrer que K est un sous-groupe distingué de G, et qu'il contient X.
2. Montrer que K est le plus petit sous-groupe distingué contenant X. On peut donc dire que c'est le sous-groupe distingué de G engendré par X.
3. Soit $Y=\{gxg^{-1}\,|\,g\in G, x\in X\}$. Montrer que K est le sous-groupe de G engendré (au sens usuel) par Y.

4. Soit $p : G \to G/K$ le morphisme de groupes quotient. Montrer que p est le morphisme de groupes invariant à droite par X universel, au sens suivant :
   (a) p est un morphismVérification et généralisatione de groupes, et pour tout $g \in G, x \in X$, on a $p(gx) = p(g)$ (autrement dit, p est un morphisme de groupes invariant à droite par X) ;
   (b) Soit $f : G \to H$ un morphisme de groupes invariant à droite par X, alors il existe un unique morphisme de groupe $\overline{f} : G/K \to H$ tel que $f = \overline{f} \circ p$.
5. Soit $q_1 : G \to Q_1$ et $q_2 : G \to Q_2$ deux morphismes de groupes invariants à droite par X universels (ie, satisfaisant les conditions (a) et (b) ci-dessus). Montrer qu'il existe un unique isomorphisme de groupes $\varphi : Q_1 \to Q_2$ tel que $q_2 = \varphi \circ q_1$.

Exercice 47 (Groupe libre). Montrer le théorème suivant : soit S un ensemble, alors il existe un groupe $\mathcal{F}(S)$ (unique à unique isomorphisme près) contenant S et vérifiant la propriété universelle suivante : pour tout groupe G et toute application $f : S \to G$, il existe un unique morphisme de groupes de $\mathcal{F}(S)$ dans G prolongeant f.

Ce groupe est appelé **groupe libre sur** S. On pourra utiliser les indications dans
https ://www.bibmath.net/dico/index.php ?action=affiche&quoi=./l/libregroupe.html

Exercice 48 (Groupe défini par une présentation). Montrer le théorème suivant : soit S un ensemble et R un sous-ensemble du groupe libre $\mathcal{F}(S)$, alors il existe un groupe $\langle S|R\rangle$ (unique à unique isomorphisme près) vérifiant la propriété universelle suivante : pour tout groupe H et toute application $f : S \to H$ telle que les images des éléments de S satisfont les relations de R (ie si $s_1^{a_1} \cdots s_p^{a_p} \in R$, alors $f(s_1)^{a_1} \cdots f(s_p)^{a_p} = e_H$), f se prolonge de façon unique en un morphisme de groupe $\langle S|R\rangle \to H$.

Ce groupe est appelé **groupe défini par les générateurs** S **et les relations** R. On pourra utiliser les indications dans
https ://www.bibmath.net/dico/index.php ?action=affiche&quoi=./p/presentation.html